

Cătălin-Daniel Cărauşu

George-Florin Şerban

MATEMATICĂ STANDARD

Algebră • Geometrie

Clasa a VIII-a

Partea I. Modulele 1, 2

Teste de evaluare inițială

TESTUL 1

• Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru: 50 de minute.

Subiectul I

(30 de puncte)

Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect.

- 5p 1. Rezultatul calculului $\sqrt{2} - |-\sqrt{2}|$ este egal cu:
a. $\sqrt{4}$; b. $2\sqrt{2}$; c. 0; d. $-2\sqrt{2}$.
- 5p 2. Dacă $2x - 6 = -20$, atunci x este egal cu:
a. -6; b. -2; c. -8; d. -7.
- 5p 3. Dacă $a = 2 - \sqrt{8}$ și $b = -8 + 4\sqrt{2}$, atunci media aritmetică a numerelor a și b este egală cu:
a. $-3 + \sqrt{2}$; b. $-6 + 2\sqrt{2}$; c. $-3 - 6\sqrt{2}$; d. $-6 + 6\sqrt{2}$.
- 5p 4. Produsul dintre inversul numărului $\sqrt{3}$ și opusul numărului $\sqrt{3}$ este egal cu:
a. 1; b. -1; c. 3; d. -3.
- 5p 5. Dacă (x, y) este soluția sistemului de ecuații $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + y = 0 \end{cases}$, atunci $x - y$ este egal cu:
a. 0; b. -2; c. 2; d. 3.
- 5p 6. Fie mulțimea $A = \{\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots, \sqrt{10}\}$. Atunci $\text{card}(A \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}))$ este egal cu:
a. 7; b. 6; c. 8; d. 3.

Subiectul al II-lea

(30 de puncte)

Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect.

- 5p 1. Un pătrat are diagonala egală cu $3\sqrt{2}$ cm. Aria pătratului este egală cu:
a. 8 cm^2 ; b. 18 cm^2 ; c. 9 cm^2 ; d. 6 cm^2 .
- 5p 2. Fie triunghiul ABC cu $\sphericalangle A = 90^\circ$. Rezultatul calculului:
 $(\sin \sphericalangle B)^2 + (\cos \sphericalangle B)^2$ este egal cu:
a. 2; b. 4; c. 3; d. 1.
- 5p 3. Fie cercul $\mathcal{C}(O, R)$, $A, B \in \mathcal{C}(O, R)$, $AB = 4$ cm, $d(O, AB) = 3$ cm. Lungimea cercului este egală cu:
a. $2\pi\sqrt{13}$ cm; b. $2\pi\sqrt{5}$ cm; c. 6π cm; d. $2\pi\sqrt{7}$ cm.

- 5p** 4. Fie triunghiul ABC , M mijlocul lui $[AB]$, $MN \parallel BC$, $N \in [AC]$. Atunci $\frac{\mathcal{A}_{\triangle ABC}}{\mathcal{A}_{\triangle AMN}}$ este egal cu:
- a. $\frac{1}{4}$; b. 4; c. $\frac{1}{16}$; d. 16.
- 5p** 5. Fie $ABCD$ un paralelogram, cu $\sphericalangle A = 30^\circ$, $AB = 6\sqrt{2}$ cm, $AD = 4\sqrt{2}$ cm. Aria paralelogramului este egală cu:
- a. 24 cm^2 ; b. 12 cm^2 ; c. 6 cm^2 ; d. 8 cm^2 .
- 5p** 6. Fie triunghiul ABC , $D \in [AB]$, $E \in [AC]$, $DE \parallel BC$, $AD = 2$ cm, $BD = 4$ cm, $BC = 18$ cm. Atunci DE este egal cu:
- a. 4 cm; b. 5 cm; c. 6 cm; d. 7 cm.

Subiectul al III-lea

(30 de puncte)

Scrieți rezolvările complete.

- După o scumpire cu 25%, prețul unui obiect este 10 lei.

2p a) Este posibil ca prețul inițial să fie 6 lei? Justificați răspunsul.

3p b) Aflați prețul inițial al obiectului.
- Fie $a = \sqrt{9} - 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{6} + (-\sqrt{2})^3 - \frac{8}{\sqrt{2}} + (-6\sqrt{6}) : (-3\sqrt{3})$.

2p a) Demonstrați că $a = 3 - 10\sqrt{2}$.

3p b) Demonstrați că $a < -11$.
- Fie ecuația $-3 \cdot (2x - 1) + 3x^2 = -6x + 30$, unde $x \in \mathbb{R}$.

2p a) Rezolvați în $\mathbb{R}$ ecuația.

3p b) Aflați $m \in \mathbb{R}$, știind că ecuația dată și ecuația $|x - m| = 3$ sunt echivalente.
- Fie triunghiul ABC , M mijlocul lui $[BC]$, $BC = 10$ cm, $AM = 5$ cm, $AB = 6$ cm.

2p a) Calculați $\mathcal{A}_{\triangle ABC}$.

3p b) Calculați $d(A, BC)$.
- Fie $ABCD$ un dreptunghi, $\sphericalangle BAC = 60^\circ$, $AC = 4$ cm.

2p a) Demonstrați că $\mathcal{P}_{ABCD} = 4(\sqrt{3} + 1)$ cm.

3p b) Dacă $E \in [AB]$, $AE = 1$ cm, $F \in [CE]$, cu $\frac{CF}{FE} = 2$, calculați BF .
- Fie trapezul isoscel $ABCD$, $AB \parallel CD$, $AB = 2$ cm, $CD = 6$ cm, $\sphericalangle C = 45^\circ$.

2p a) Calculați $\mathcal{A}_{ABCD}$.

3p b) Calculați lungimea liniei mijlocii a trapezului $ABCD$.

TESTUL 2

• Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru: 50 de minute.

Subiectul I

(30 de puncte)

Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect.

- 5p 1. Rezultatul calculului $|1 - \sqrt{2}| + \sqrt{2} + 1$ este egal cu:
a. 2; b. 0; c. $\sqrt{8}$; d. $2\sqrt{2} + 2$.
- 5p 2. Dacă $\frac{x-1}{2\sqrt{2}} = \frac{-3\sqrt{2}}{2}$, atunci x este egal cu:
a. -5; b. -4; c. $-\sqrt{2}$; d. -6.
- 5p 3. Fie numerele $a = \sqrt{144} - \sqrt{100}$ și $b = (\sqrt{2})^{-2}$. Media geometrică a numerelor a și b este egală cu:
a. $\sqrt{2}$; b. $\sqrt{4}$; c. 0; d. 1.
- 5p 4. În reperul cartezian xOy , fie punctul $A(3, 2)$, $B = \text{sim}_O A$, $C = \text{sim}_{Oy} B$. Atunci BC este egal cu:
a. 6; b. 2; c. 1; d. 4.
- 5p 5. Dacă (x, y) este soluția sistemului de ecuații $\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ -5x + 7y = 2 \end{cases}$, atunci $(x - y)^{30}$ este egal cu:
a. 2^{30} ; b. 1; c. 5^{30} ; d. 0.
- 5p 6. Fie ecuația $3x - 4y = -5$, cu $x, y \in \mathbb{R}$. Dacă $(a - 2, a + 2)$ este soluție a ecuației, atunci a este egal cu:
a. -9; b. -8; c. -10; d. -7.

Subiectul al II-lea

(30 de puncte)

Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect.

- 5p 1. Fie cercul $\mathcal{C}(O, R)$, AB tangentă la cerc, $A \in \text{Ext } \mathcal{C}(O, R)$, $AO = 10$ cm, $\angle AOB = 60^\circ$. Cea mai lungă coardă în cerc are lungimea egală cu:
a. 5 cm; b. 8 cm; c. 10 cm; d. 12 cm.
- 5p 2. Fie $ABCD$ romb, cu $AC = 12$ cm, $BD = 16$ cm, $AC \cap BD = \{O\}$, M mijlocul lui $[AB]$. Atunci OM este egal cu:
a. 10 cm; b. 8 cm; c. 5 cm; d. 4 cm.
- 5p 3. Fie triunghiul ABC dreptunghic în A , $BC = 10$ cm, $\sin \angle B = \frac{2}{5}$. Atunci lungimea proiecției lui AC pe BC este egală cu:
a. 1,3 cm; b. 1,4 cm; c. 1,5 cm; d. 1,6 cm.

- 5p** 4. Fie triunghiul ABC , BD bisectoarea unghiului B , $D \in AC$, $DE \parallel BC$, $BE = x \in \mathbb{N}$, $E \in AB$, $BC = 6$, $AE = 1$. Atunci x este egal cu:
a. 1; **b.** 3; **c.** 4; **d.** 2.
- 5p** 5. Fie triunghiul echilateral ABC , cu $\mathcal{A}_{\Delta ABC} = 4\sqrt{3} \text{ cm}^2$ și $\mathcal{C}(O, R)$ cercul circumscris acestui triunghi. Aria discului este egală cu:
a. $5\pi \text{ cm}^2$; **b.** $\frac{16\pi}{3} \text{ cm}^2$; **c.** $\frac{7\pi}{3} \text{ cm}^2$; **d.** $6\pi \text{ cm}^2$.
- 5p** 6. Fie triunghiul ABC , cu $AB = 6 \text{ cm}$, $AC = 8 \text{ cm}$, $\sphericalangle A = 30^\circ$. Atunci $\mathcal{A}_{\Delta ABC}$ este egală cu:
a. 12 cm^2 ; **b.** 14 cm^2 ; **c.** 10 cm^2 ; **d.** 24 cm^2 .

Subiectul al III-lea

(30 de puncte)

Scrieți rezolvările complete.

1. Într-o clasă sunt 16 elevi, dintre care 4 sunt băieți.
- 2p** a) Pot fi 20% băieți?
- 3p** b) Cât la sută sunt fete?
2. Fie ecuația $\frac{x-1}{2} - \frac{3x-1}{3} = 2(5-6x)$.
- 2p** a) Rezolvați în $\mathbb{R}$ ecuația.
- 3p** b) Dacă x_0 este soluție a ecuației date, rezolvați în $\mathbb{Z}$ ecuația:
- $$\sqrt{(x_0 - m)^2} = \frac{61}{69}.$$
3. Fie $a = (2 - \sqrt{5}) \cdot 2\sqrt{5} - \frac{10}{\sqrt{5}} + (-\sqrt{80}) - |-2\sqrt{10} : \sqrt{5}| - (-\sqrt{2})^4 \cdot (-\sqrt{2})^6 : (-\sqrt{2})^9$.
- 2p** a) Demonstrați că $a = -10 - 2\sqrt{5} - \sqrt{2}$.
- 3p** b) Demonstrați că $|a| < 17$.
4. Fie dreptunghiul $ABCD$, cu $AB = 8 \text{ cm}$, $BC = 6 \text{ cm}$, $E \in AB$, $AE = 5 \text{ cm}$, $EF \perp AC$, $F \in (AC)$.
- 2p** a) Calculați $\mathcal{P}_{ABCD}$.
- 3p** b) Calculați $d(E, AC)$.
5. Fie triunghiul ABC , $AB = 5 \text{ cm}$, $AC = 12 \text{ cm}$, $BC = 13 \text{ cm}$, M mijlocul lui $[BC]$.
- 2p** a) Dacă $\mathcal{C}(O, R)$ este cercul circumscris triunghiului ABC , calculați lungimea cercului.
- 3p** b) Calculați $\mathcal{A}_{\Delta AMB}$.
6. Fie $ABCD$ un trapez dreptunghic, $AB \parallel CD$, $AB < CD$, $\sphericalangle C = 45^\circ$, $\sphericalangle A = \sphericalangle D = 90^\circ$, $AB = AD$, $\mathcal{A}_{ABCD} = 16 \text{ cm}^2$.
- 2p** a) Calculați AB .
- 3p** b) Dacă $E = \text{pr}_{DC} B$, demonstrați că patrulaterul $ABCE$ este paralelogram.

TESTUL 3

• Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru: 50 de minute.

Subiectul I

(30 de puncte)

Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect.

- 5p 1. Rezultatul calculului $\sqrt{9} + \sqrt{16} - \sqrt{25}$ este egal cu:
a. 0; b. 12; c. 2; d. $\sqrt{50}$.
- 5p 2. Media geometrică a numerelor 4 și 16 este egală cu:
a. 8; b. 10; c. 32; d. 16.
- 5p 3. Fie mulțimile $A = \{1, 2, 3\}$ și $B = \{a, b\}$. Numărul de elemente al mulțimii $A \times B$ este egal cu:
a. 5; b. 6; c. 9; d. 8.
- 5p 4. Suma dintre opusul numărului $\frac{1}{2}$ și inversul numărului 2 este egală cu:
a. 1; b. 2; c. $\frac{5}{2}$; d. 0.
- 5p 5. Dacă 5 găini cântăresc cât 4 curci, iar 2 curci cântăresc cât o găscă, atunci 10 găște vor cântări cât:
a. 25 de găini; b. 50 de găini; c. 40 de găini; d. 20 de găini.
- 5p 6. Fie punctele $A(2, 3)$ și $B(b, -2)$, $b \in \mathbb{R}$. Dacă $AB = 5$, atunci b este egal cu:
a. -2; b. $\frac{1}{2}$; c. 0; d. 2.

Subiectul al II-lea

(30 de puncte)

Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect.

- 5p 1. Unghiul A al paralelogramului $ABCD$ are măsura egală cu $45^\circ 45'$. Măsura unghiului D este egală cu:
a. $44^\circ 15'$; b. $45^\circ 45'$; c. $134^\circ 15'$; d. $135^\circ 45'$.
- 5p 2. Un trapez are lungimile bazelor direct proporționale cu numerele 3 și 8. Dacă linia mijlocie a trapezului are lungimea egală cu 16,5 cm, atunci diferența dintre lungimea bazei mici și lungimea bazei mari este egală cu:
a. 33 cm; b. -5 cm; c. -15 cm; d. 15 cm.
- 5p 3. Dreptunghiul $MATE$, $MT \cap AE = \{X\}$, are lungimea unei diagonale egală cu 12 cm și $\sphericalangle MAX = 60^\circ$. Aria dreptunghiului $MATE$ este egală cu:
a. 144 cm^2 ; b. $9\sqrt{3} \text{ cm}^2$; c. $36\sqrt{3} \text{ cm}^2$; d. $144\sqrt{3} \text{ cm}^2$.
- 5p 4. Diametrul unui cerc cu aria de $484\pi \text{ m}^2$ are lungimea egală cu:
a. 22 cm; b. 44 cm; c. 242 cm; d. 484 cm.

- 5p** 5. În triunghiul ABC , $\sphericalangle A = 90^\circ$, G este centru de greutate, iar $L \in (AC)$, astfel încât $GL \parallel BC$. Dacă $GL = 6$ dm, atunci AG are lungimea egală cu:
a. 9 dm; **b.** 12 dm; **c.** 6 dm; **d.** 3 dm.
- 5p** 6. Se consideră triunghiul echilateral MNP înscris în cercul $\mathcal{C}(O, 6 \text{ cm})$. Aria triunghiului MOP este egală cu:
a. $27\sqrt{3} \text{ cm}^2$; **b.** $18\sqrt{3} \text{ cm}^2$; **c.** 36 cm^2 ; **d.** $9\sqrt{3} \text{ cm}^2$.

Subiectul al III-lea

(30 de puncte)

Scrieți rezolvările complete.

- 1.** Un elev și-a propus să rezolve în vacanță un set de probleme. Dacă ar rezolva câte 4 pe zi, i-ar rămâne 6 probleme nerezolvate. Dacă ar rezolva câte 5 pe zi, i-ar rămâne o zi liberă.
- 2p** a) Este posibil ca setul să conțină 38 de probleme? Justifică răspunsul dat.
- 3p** b) În câte zile și-a propus elevul să finalizeze setul de probleme?
- 2.** Fie numerele reale:
- $$a = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{8}} + \frac{3}{\sqrt{18}} + \frac{4}{\sqrt{32}} \right) : \frac{2}{\sqrt{2}} \text{ și } b = \sqrt{(3\sqrt{2} - 1)^2} - |4 - \sqrt{18}|.$$
- 2p** a) Arătați că $a = 2$.
- 3p** b) Calculați $\left(\frac{b}{3} - a \right)^{2024}$.
- 3.** Se consideră, în reperul cartezian xOy , punctele $P(2, 3)$ și $Q(4, -5)$.
- 2p** a) Dacă $M(a, b)$ este mijlocul segmentului PQ , arătați că $a + 3b = 0$.
- 3p** b) Calculați lungimea segmentului determinat de simetricul punctului P față de O și simetricul punctului Q față de axa Ox .
- 4.** În triunghiul ABC , $\sphericalangle A = 90^\circ$, D și E sunt mijloacele laturilor AB , respectiv AC . Se cunosc $AC = 4\sqrt{3} \text{ cm}$ și $DE = 4 \text{ cm}$.
- 2p** a) Arătați că $\sphericalangle C = 30^\circ$.
- 3p** b) Dacă $CD \cap BE = \{G\}$, calculați aria patrulaterului $AEGD$.
- 5.** Fie paralelogramul $ABCD$, $AB = \frac{3}{2}BC = 12 \text{ cm}$ și punctul $E \in (AB)$.
- 2p** a) Calculați perimetrul paralelogramului $ABCD$.
- 3p** b) Dacă $CE \cap BD = \{M\}$ și $DE \cap AC = \{N\}$, demonstrați că $\frac{AN}{CN} + \frac{BM}{DM} = 1$.
- 6.** Se consideră cercul $\mathcal{C}(O, r)$ și punctul $C \in \mathcal{C}(O, r)$. Dacă AB este diametru și $AC = OA = 6 \text{ cm}$, atunci:
- 2p** a) calculați $\text{ctg } \sphericalangle ABC$;
- 3p** b) determinați aria porțiunii cuprinse între coarda BC și arcu mic subînțins de aceasta.

ALGEBRĂ

Capitolul 1 Intervale de numere reale. Inecuații în $\mathbb{R}$

Lecția 1. Mulțimi definite printr-o proprietate comună a elementelor lor

1 CE TREBUIE SĂ REȚIN

Mulțimile se notează cu litere mari.

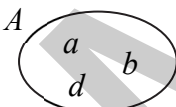
Elementele mulțimii se notează cu litere mici.

Moduri de definire a unei mulțimi:

- 1) O mulțime poate fi definită prin enumerarea elementelor sale.

Exemplu: $A = \{1, 8, 10\}$.

- 2) O mulțime poate fi definită prin diagrame Venn–Euler.

Exemplu:  Deci $A = \{a, b, d\}$.

- 3) O mulțime poate fi definită printr-o proprietate comună a elementelor ei.

Exemplu: $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 3\}$. Deci $A = \{0, 1, 2\}$.

2 SĂ ÎNVĂȚĂM ÎMPREUNĂ

1. Scrieți, prin enumerarea elementelor, următoarele mulțimi:

a) $A = \{x \in \mathbb{Z}^* \mid -2 < x \leq 1\}$;

b) $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \mid 8\}$;

c) $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 3\}$;

d) $D = \{x \in \mathbb{N} \mid \overline{2x} : 2\}$;

e) $E = \{\overline{2x} \mid \overline{2x} : 2\}$;

f) $F = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2x - 6 < 5\}$;

g) $G = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 < 2^x < 63\}$;

h) $H = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2 < x < 3\}$.

Soluții: a) $A = \{-1, 1\}$;

- b) $B = \{1, 2, 4, 8\}$;
 c) $C = \{2, 1, 0, -1, -2\}$;
 d) $D = \{0, 2, 4, 6, 8\}$;
 e) $E = \{20, 22, 24, 26, 28\}$;
 f) $2x < 6 + 5, 2x < 11 \mid : 2 \Rightarrow x < 5,5 \Rightarrow F = \{5, 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2, \dots\}$;
 g) $2^0 < 2^x < 63 < 64 = 2^6 \Rightarrow 0 < x < 6 \Rightarrow G = \{1, 2, 3, 4, 5\}$;
 h) $H = \emptyset$ (mulțimea vidă).

Observație. O mulțime M definită cu ajutorul unor proprietăți comune a elementelor ei se scrie $M = \{x \mid x \text{ are proprietatea } P\}$. Deci, mulțimea M este formată din elemente x . La mulțimea D , elementele mulțimii sunt numerele x și nu numerele $\overline{2x}$, cum greșesc mulți elevi.

2. Determinați mulțimile prin enumerarea elementelor:

- a) $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 < 2x - 1 < 7\}$;
 b) $B = \left\{x \in \mathbb{Z} \setminus \{3\} \mid \frac{-6}{x-3} \in \mathbb{Z}\right\}$;
 c) $C = \{x \in \mathbb{N} \mid \overline{23x} : 3\}$;
 d) $D = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = 3y - 1, y \in \mathbb{N}, y < 3\}$;
 e) $E = \{x \in \mathbb{N} \mid 8^x < 1024\}$;
 f) $F = \{3^x \mid x \in \mathbb{N}^* \text{ și } x < 4\}$.

Soluții: a) $-3 < 2x - 1 < 7 \mid +1 \Rightarrow -2 < 2x < 8 \mid : 2 \Rightarrow -1 < x < 4 \Rightarrow A = \{0, 1, 2, 3\}$;

b) $\frac{-6}{x-3} \in \mathbb{Z} \Rightarrow x-3 \mid -6 \Rightarrow x-3 \in D_{-6} \Leftrightarrow x-3 \in \{-6, 6, -3, 3, -2, 2, -1, 1\} \Rightarrow$
 $\Rightarrow x \in \{-3, 9, 0, 6, 1, 5, 2, 4\} = B$;

c) $C = \{1, 4, 7\}$;

d) Elementele mulțimii D sunt x , nu y ; $y < 3 \Rightarrow y \in \{0, 1, 2\} \Rightarrow D = \{3 \cdot 0 - 1, 3 \cdot 1 - 1, 3 \cdot 2 - 1\} \Leftrightarrow D = \{-1, 2, 5\}$;

e) $8^x < 1024 \Rightarrow 2^{3x} < 2^{10} \Rightarrow 3x < 10 \Rightarrow x < \frac{10}{3} \Leftrightarrow x < 3, (3) \Rightarrow E = \{0, 1, 2, 3\}$;

f) $x < 4, x \in \mathbb{N}^* \Rightarrow x \in \{1, 2, 3\} \Rightarrow F = \{3, 3^2, 3^3\}$; $F = \{3, 9, 27\}$.

3. Determinați mulțimile prin enumerarea elementelor lor:

- a) $A = \left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{10}{x+2} \in \mathbb{N}\right\}$;
 b) $B = \left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{3x+1}{x+1} \in \mathbb{N}\right\}$;
 c) $C = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq \sqrt{n} < 5\}$;

- d) $D = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x - 2| = 3\};$
 e) $E = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < -4\};$
 f) $F = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 = 16\};$
 g) $G = \{x \in \mathbb{N} \mid x : 3 \text{ și } x : 4\}.$

Soluții: a) $\frac{10}{x+2} \in \mathbb{N} \Rightarrow x+2 \mid 10, x+2 \in D_{10}; x+2 \in \{1, 2, 5, 10\} \Rightarrow x \in$

$\{-1, 0, 3, 8\} \cap \mathbb{N} \Rightarrow x \in \{0, 3, 8\} = A;$

b) $\frac{3x+1}{x+1} \in \mathbb{N} \Rightarrow x+1 \mid 3x+1, \text{ dar } x+1 \mid 3 \cdot (x+1); x+1 \mid 3x+3 \Rightarrow x+1 \mid 3x+3-3x-1, x+1 \mid 2, x+1 \in \{1, 2\} \Rightarrow x \in \{0, 1\} = B;$

c) $1 \leq \sqrt{n} < 5 \Rightarrow 1^2 \leq \sqrt{n}^2 < 5^2, 1 \leq n < 25 \Rightarrow C = \{1, 2, 3, \dots, 24\};$

d) $x-2=3 \Rightarrow x=5 \in \mathbb{Z}; x-2=-3, x=-1 \in \mathbb{Z} \Rightarrow D = \{5, -1\};$

e) $|x| \geq 0, \forall x \in \mathbb{Z}; -4 < 0 \Rightarrow E = \emptyset;$

f) $F = \{4\};$

g) $x : 3 \text{ și } x : 4 \Rightarrow x : [3, 4], x : 12 \Rightarrow G = \{0, 12, 24, \dots, 12k, \dots\}, \forall k \in \mathbb{N}.$

3 CUM APLIC CE AM ÎNVĂȚAT

Standard minimal

1. Determinați mulțimile prin enumerarea elementelor lor:

$$A = \{5^x \mid x \text{ cifră pară și } x < 6\};$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \mid 24\};$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} \mid -2 < x < 10\};$$

$$D = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 \leq x \leq 4\};$$

$$E = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| = 2\};$$

$$F = \{x \in \mathbb{R} \mid 2^{x-2} = 16\};$$

$$G = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \cdot (x-2) - 10 = 4\};$$

$$H = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 = 5\}.$$

2. Determinați mulțimile prin enumerarea elementelor lor:

$$A = \{\overline{5x} \mid \overline{5x} : 5\};$$

$$B = \{k^2 + 3 \mid k \in \mathbb{N}^*, k < 3\};$$

$$C = \{x \mid x = 3^k - 1, k \in \mathbb{N}, 1 < k < 4\};$$

$$D = \{x \mid \overline{23x} : 10\};$$

$$E = \{x \in \mathbb{N} \mid x : 7\};$$

$$F = \{x \in \mathbb{R} \mid |2x - 1| = 11\};$$

$$G = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 < 2^x < 130\};$$

$$H = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 6| = -5\}.$$

3. Determinați mulțimile prin enumerarea elementelor lor:

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 1 < x^2 < 25\};$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 - 2x = 3 \cdot (x + 2)\};$$

$$C = \{\overline{2x} \mid \overline{2x} : 9\};$$

$$D = \{10k + 1 \mid k = 2^n, n \in \mathbb{N}, n < 4\};$$

$$E = \left\{x \in \mathbb{N}^* \mid \frac{23}{x} \in \mathbb{N}\right\};$$

$$F = \{x \in \mathbb{Z} \mid 1 - 2x < 5\};$$

$$G = \{x \in \mathbb{Z} \mid 3x - 1 \leq 10\};$$

$$H = \{x \in \mathbb{N}^* \mid |x| < 4\}.$$

4. Determinați mulțimile prin enumerarea elementelor lor:

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid 2(x^2 - 3) - 6x = 8 - 6x\}; \quad B = \left\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{x-1}{2} = \frac{x+1}{3}\right\};$$

$$C = \{x \in \mathbb{R} \mid 2(x-2) - 3(x+2) = 8\}; \quad D = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{x-1}{2} \leq -3\right\};$$

$$E = \left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{x+1}{4} \geq 5\right\};$$

$$F = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x - 1 > 31\};$$

$$G = \{x \in \mathbb{N} \mid \sqrt{x^2} = 10\}.$$

5. Determinați mulțimile prin enumerarea elementelor lor:

$$A = \{\overline{3x} \mid \overline{3x} : 2 \text{ și } \overline{3x} : 3\};$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x + 1 \mid 7\};$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 < 3^x < 243\};$$

$$D = \{x \in \mathbb{N} \mid |x - 10| < -10\};$$

$$E = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x - 3| \geq 0\};$$

$$F = \{x \in \mathbb{Z} \mid |2x - 1| > -3\};$$

$$G = \left\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{x-1}{2} - 2x = 3\right\}.$$

Standard consolidare

6. Determinați mulțimile prin enumerarea elementelor lor:

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 < 2x - 3 < 13\};$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid -5 \leq 3x - 6 < 4\};$$

$$C = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid -2 \leq \frac{x-2}{3} < 3\right\};$$

$$D = \left\{x \in \mathbb{Z} \setminus \{3\} \mid \frac{-11}{x-3} \in \mathbb{Z}\right\};$$

$$E = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2(x-3) < 3 \cdot (x+3)\}; \quad F = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{6x+1}{7x-1} \in \mathbb{Z}\right\};$$

$$G = \{x \in \mathbb{N} \mid x : 4, x : 6, x : 8\}.$$

7. Determinați mulțimile prin enumerarea elementelor lor:

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \mid 18 \text{ și } x \mid 24\};$$

$$B = \{\overline{12x} \mid \overline{12x} : 5 \text{ și } \overline{12x} : 3\};$$

$$C = \{n \in \mathbb{N} \mid 2 < \sqrt{(n+1)^2} < 10\};$$

$$D = \{\sqrt{x} \mid \sqrt{x} \in \mathbb{N}, x \text{ cifră}\};$$

$$E = \{\sqrt{lab} \mid \sqrt{lab} \in \mathbb{Z}\};$$

$$F = \{x \in \mathbb{N} \mid x \mid 18 \text{ și } x : 3\};$$

$$G = \{x \in \mathbb{N} \mid 8^x : 4 = 32\}.$$

8. Determinați mulțimile prin enumerarea elementelor lor:

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \cdot (x+1) = 12\};$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2^{x+2} + 2^x = 20\};$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq 5^{x+1} < 626\};$$

$$D = \{x \in \mathbb{N} \mid 3^{x+3} - 3^{x+2} + 3^x = 19\};$$

$$E = \left\{x \in \mathbb{N} \mid 2 < \frac{x}{2} - \frac{1}{3} \leq 5\right\};$$

$$F = \{x \in \mathbb{N} \mid 2^x < 30\};$$

$$G = \left\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{x}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{3}\right\}.$$

9. Determinați mulțimile prin enumerarea elementelor lor:

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid \sqrt{x+2} = 6\};$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 < \sqrt{2x+1} \leq 5\};$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 < 2\sqrt{x} < 8\};$$

$$D = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq \sqrt{x} - 2 \leq 10\};$$

$$E = \{x \in \mathbb{Z} \mid 0 \leq |2x-1| \leq 1\};$$

$$F = \{x \in \mathbb{R} \mid x(x-3) - 20 = -50 - 3x\};$$

$$G = \{x \in \mathbb{R} \mid 2^x + 64 = 0\}.$$

10. Determinați mulțimile prin enumerarea elementelor lor:

$$A = \left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{x}{2} \in \mathbb{N}, \frac{x}{3} \in \mathbb{N}, \frac{x}{5} \in \mathbb{N}, x < 100\right\};$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid -3 < 2x+1 < -1\};$$

$$C = \left\{n \in \mathbb{N} \mid 1 < \frac{2n+1}{5} < 3\right\};$$

$$D = \left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{\overline{1x}}{5} \text{ este fracție reducibilă}\right\};$$

$$E = \left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{\overline{2x}}{3} \text{ este fracție ireducibilă}\right\};$$

$$F = \left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{6}{x+1} \text{ este fracție supraunitară}\right\};$$

$$G = \left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{50}{2x+2} \text{ este fracție echiunitară}\right\}.$$

11. Determinați mulțimile prin enumerarea elementelor lor:

$$A = \left\{ x \in \mathbb{N} \mid \frac{6}{x+1} \text{ este fracție subunitară} \right\};$$

$$B = \{ x \in \mathbb{N} \mid 1 < x < 10, x \text{ par} \};$$

$$C = \{ x \in \mathbb{N} \mid y \in \mathbb{N}, xy + x + y = 22 \};$$

$$D = \{ x \in \mathbb{N} \mid \sqrt{x} + 6 < 0 \};$$

$$E = \{ x \in \mathbb{N} \mid y \in \mathbb{N}, xy + x + y = 31 \};$$

$$F = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \sqrt{(x-3)^2} + 6 > 0 \right\};$$

$$G = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \sqrt{(2x-1)^2} < 2 \right\}.$$

12. Determinați mulțimile prin enumerarea elementelor lor:

$$A = \{ n \in \mathbb{N} \mid n \cdot (n+1) : 2 \};$$

$$B = \{ n \in \mathbb{N} \mid n \cdot (n+1)(n+2) : 6 \};$$

$$C = \{ n \in \mathbb{N} \mid (2^n + 3) : 2 \};$$

$$D = \{ n \in \mathbb{N} \mid 2^n = 4k - 3, k \in \mathbb{N} \};$$

$$E = \{ x \in \mathbb{R} \mid y \in \mathbb{R}, |2x-3| + |y+3| = 0 \};$$

$$F = \left\{ x \in \mathbb{N}^* \mid \frac{2}{x} < \frac{x}{8} \right\};$$

$$G = \{ x \in \mathbb{N} \mid |2x+1| - |x+1| = 5 \}.$$

13. Determinați mulțimile prin enumerarea elementelor lor:

$$A = \{ x \in \mathbb{N} \mid 2x + y = 24, y \text{ prim} \};$$

$$B = \{ x \in \mathbb{N} \mid y \in \mathbb{N}, xy - 5 = 6 \};$$

$$C = \{ x \in \mathbb{Z} \mid |3x-5| = 2 \};$$

$$D = \{ 2a + 3b \mid a, b \in \mathbb{N}^*, a < 2, b < 2 \};$$

$$E = \{ 5n + 2 \mid n \in \mathbb{N}, x^2 = 5n + 2, x \in \mathbb{N} \};$$

$$F = \{ 4k + 3 \mid k \in \mathbb{N}, x^2 = 4k + 3, x \in \mathbb{N} \};$$

$$G = \{ x \in \mathbb{N} \mid 8^x \cdot 4^{2x} \cdot 2^x = 64 \}.$$

Excelență (aprofundare)

14. Determinați mulțimea:

$$A = \{ k \in \mathbb{N}^* \mid 4 + 20 + 36 + \dots + (16k - 12) = 1 + 3^1 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2021} \}.$$

15. Determinați mulțimea:

$$A = \{ n \in \mathbb{N} \mid k \in \mathbb{N}, n! + 2024 = 2^k \}, \text{ unde } n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n, 0! = 1.$$